Signes et symboles mathématiques à employer dans les sciences physiques et dans la technique.

(extraits de la norme internationale iso 31-11 :1992)

Ce document regroupe des extraits choisis pour les élèves et les enseignants en CGPE de la norme internationale iso 31-11:1992 . Pour compléter cette norme, voici les symboles des sept unités de base :

nom	**symbole**
mètre	m
kilogramme	kg
seconde	s
ampère	A
kelvin	K
mole	mol
candela	cd

La valeur exacte de la vitesse de la lumière dans le vide est: c = 2,997 924 58×10^{8} m·s^{-1}

Principes de rédaction de cette norme

L'ISO (Organisation internationale de normalisation) est une fédération mondiale d'organismes nationaux de normalisation (comités membres de l'ISO). L'élaboration des Normes internationales est en général confiée aux comités techniques de l'ISO. Chaque comité membre intéressé par une étude a le droit de faire partie du comité technique créé à cet effet. Les organisations internationales, gouvernementales et non gouvernementales, en liaison avec l'ISO participent également aux travaux.

Les projets de Normes internationales adoptés par les comités techniques sont soumis aux comités membres pour vote. Leur publication comme Normes internationales requiert l'approbation de 75 % au moins des comités membres votants.

Variables, fonctions et opérateurs

Les variables, telles que *x*, *y*, etc., et les indices tels que *i*, dans $\sum_i x_i$, sont imprimés en caractères italiques (penchés). II en est de même pour les paramètres, tels que *a*, *b*, etc., qui peuvent être considérés comme constants dans un contexte particulier. La même règle s'applique aussi aux fonctions en général, par exemple : .*f*, *g*.

Cependant, on écrit une fonction explicitement définie en caractères romains (droits), par exemple sin, exp, ln, Γ. Les constantes mathématiques dont la valeur ne change jamais sont imprimées en caractères romains, par exemple: e = 2,718...; π = 3,141 592654...; $\mathrm{i}^2 = -1$. Les opérateurs bien définis sont aussi imprimés en droit, par exemple: div, δ dans δ*x* et chaque d dans d *f* / d *x*.

Les nombres exprimés par des chiffres sont toujours écrits en droit, par exemple: 351 204 ; 1,32 ; 7/8.

L'argument d'une fonction est écrit entre parenthèses après le symbole de la fonction, sans espace entre le symbole de la fonction et la première parenthèse, par exemple: $f(x)$, $\cos(wt+j)$. Si le symbole de la fonction comporte deux lettres ou plus et si l'argument ne contient pas de signe d'opération tel que + ; – ; × ; · ; ou /, les parenthèses autour de l'argument peuvent être omises. Dans ce cas, il convient de laisser un léger espace entre le symbole de la fonction et l'argument, par exemple: ent 2,4; sin $n\pi$; arcosh 2*A*; Ei *x*.

S'il existe un risque de confusion, il est recommandé de toujours insérer des parenthèses. Par exemple, écrire cos(*x*) + y ou (cos *x*) + *y* ; ne pas écrire cos *x* + *y* qui pourrait être compris comme cos(*x* + *y*).

S'il faut écrire une expression ou une équation sur deux ou plusieurs lignes, il convient d'effectuer la coupure immédiatement après l'un des signes =; +; –; ±; ou ∓; ou, si nécessaire, immédiatement après l'un des signes ×; · ; ou /. Dans ce cas, le signe joue le rôle d'un trait d'union à la fin de la première ligne, pour informer le lecteur que le reste suivra ligne suivante ou éventuellement à la page suivante. Le signe ne doit pas être répété au début de la ligne suivante, deux signes moins pourraient, par exemple, entraîner des erreurs de signe.

Scalaires, vecteurs et tenseurs

Les scalaires, les vecteurs et les tenseurs sont utilisés pour exprimer certaines grandeurs physiques. En tant que tels, ils sont indépendants du choix particulier d'un système de coordonnées, alors que chaque coordonnée d'un vecteur ou d'un tenseur dépend de ce choix.

II est important de distinguer entre les « coordonnées d'un vecteur » $\boldsymbol{a}$, c'est-à-dire a_x, a_y, et a_z, et les « composantes », c'est-à-dire $a_x\boldsymbol{e}_x$, $a_y\boldsymbol{e}_y$, et $a_z\boldsymbol{e}_z$, qui sont des vecteurs.

Les coordonnées cartésiennes d'un rayon vecteur sont égales aux coordonnées cartésiennes du point donné par le rayon vecteur.

Logique mathématique

Symbole	Utilisation	Nom du symbole	Remarques et exemples
$\Rightarrow$	$p \Rightarrow q$	signe d'implication	on peut aussi écrire $q \Leftarrow p$
$\Leftrightarrow$	$p \Leftrightarrow q$	signe d'équivalence	
$\forall$	$\forall\ x \in A$	quantificateur universel	
$\exists$	$\exists\ x \in A$	quantificateur existentiel	$\exists!$ est utilisé pour indiquer l'existence d'un élément unique

Symboles divers

Symbole	Utilisation	Sens, énoncé	Remarques et exemples
$=$	$a = b$	a est égal à b	Le symbole $\equiv$ peut être utilisé pour souligner qu'une égalité est une identité.
$\neq$	$a \neq b$	a est différent de b	
$\overset{\text{def}}{=}$	$a \overset{\text{def}}{=} b$	a est égal par définition à b	$E_c \overset{\text{def}}{=} \frac{1}{2}mv^2$
$\triangleq$	$a \triangleq b$	a correspond à b	1 eV $\triangleq$ 11 604,5 K
$\approx$	$a \approx b$	a est approximativement égal à b	Le symbole $\simeq$ est réservé pour « est asymptotiquement égal à »
$\propto$ ou $\sim$	$a \propto b$ ou $a \sim b$	a est proportionnel à b	
$<$	$a < b$	a est strictement inférieur à b	
$>$	$a > b$	a est strictement supérieur à b	
$\leqslant$	$a \leqslant b$	a est inférieur ou égal à b	
$\geqslant$	$a \geqslant b$	a est supérieur ou égal à b	
$\ll$	$a \ll b$	a est très inférieur à b	
$\gg$	$a \gg b$	a est très supérieur à b	
//	AB // CD	La droite AB est parallèle à la droite CD	
$\perp$	AB $\perp$ CD	La droite AB est perpendiculaire à la droite CD.	
∞		infini	

Quelques opérations

Symbole, utilisation	Sens, énoncé	Remarques et exemples
$a + b \quad a - b$		
$a \pm b \quad a \mp b$		
$a \cdot b \quad a \times b \quad ab$	a multiplié par b	Si le point est utilisé comme signe décimal, seule la croix doit être utilisée pour la multiplication des nombres
$\frac{a}{b} \quad a/b \quad ab^{-1}$	a divisé par b	
$\sum_{i=1}^{n} a_i$		
$\prod_{i=1}^{n} a_i$		
a^p		
$a^{1/2} \quad a^{\frac{1}{2}} \quad \sqrt{a}$		
$a^{1/n} \quad a^{\frac{1}{n}} \quad \sqrt[n]{a}$		
$\lvert a \rvert$	valeur absolue de a ; module de a	
sgn a	signum de a	Pour a réel : $\operatorname{sgn} a = \begin{cases} 1 \text{ pour } a > 0 \\ 0 \text{ pour } a = 0 \\ -1 \text{ pour } a < 0 \end{cases}$ Pour a complexe : $\operatorname{sgn} a = \begin{cases} a/\lvert a \rvert = \mathrm{e}^{\mathrm{i} \arg a} \text{ pour } a \neq 0 \\ 0 \text{ pour } a = 0 \end{cases}$
$\bar{a} \quad \langle a \rangle$	valeur moyenne de a	
$n!$		
$\binom{n}{p}$ ou C_n^p	Coefficient binomial n,p	
ent a ou E(a)	caractéristique de a : le plus grand nombre entier inférieur ou égal à a.	ent 2,3 = 2 ent(–2,3)=–3

Fonctions

Symbole, utilisation	Sens, énoncé	Remarques et exemples
f	fonction f	
$f(x)$ $f(x, y, \ldots)$	valeur de la fonction f	
$[f(x)]_a^b$	$f(b)-f(a)$	
$g \circ f$	g rond f	
$x \to a$	x tend vers a	
$\lim\limits_{x \to a} f(x)$		
$\simeq$	est asymptotiquement égal à	$\sin x \simeq x$ quand $x \to a$
$f(x) = \mathrm{O}(g(x))$	f est d'ordre comparable ou inférieur à g	
$f(x) = \mathrm{o}(g(x))$	f est d'ordre inférieur à g	
Δx	accroissement de x	
$\frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}x}$ $\mathrm{d}f/\mathrm{d}x$ f'	dérivée de la fonction f d'une variable	
$\left(\frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}x}\right)_{x=a}$ $(\mathrm{d}f/\mathrm{d}x)_{x=a}$ $f'(a)$		
$\frac{\mathrm{d}^n f}{\mathrm{d}x^n}$ $\mathrm{d}^n f/\mathrm{d}x^n$ $f^{(n)}$		
$\frac{\partial f}{\partial x}$ $\partial f/\partial x$ $\partial_x f$		
$\mathrm{d}f$	différentielle de la fonction f	
δf	variation infinitésimale de la fonction f	
$\int f(x)\,\mathrm{d}x$	une primitive de la fonction f	
δ_{ik}	symbole de Kronecker	
$\delta(x)$	distribution delta de Dirac	
$\varepsilon(x)$	fonction échelon unité ou fonction de Heaviside	
$f * g$	produit de convolution de f et g	

Fonctions exponentielles et logarithmiques

Symbole, utilisation	Sens, énoncé	Remarques et exemples
a^x	exponentielle de base a de x	
e	base des logarithme népériens	
e^x exp x		
$\log_a x$	logarithme de base a	log x est utilisé lorsqu'on ne veut pas prescrire la base
ln x	logarithme népérien	log x ne doit pas être utilisé à la place de ln x, lg x, lb x, $\log_a x$, $\log_{10} x$, $\log_2 x$
lg x	logarithme décimal de x : lg $x = \log_{10} x$	
lb x	logarithme binaire de x : lb $x = \log_2 x$	

Fonctions circulaires et hyperboliques

Symbole, utilisation	Sens, énoncé	Remarques et exemples
π		π=3,14159…
sin x , cos x		
tan x , cot x		cot x = 1/ tan x
sec x	sécante de x	sec x = 1/cos x
csc x	cosécante de x	csc x = 1/sin x
arcsin x , arccos x		Les notations $\sin^{-1} x$, $\cos^{-1} x$, etc., pour les fonctions circulaires réciproques ne doivent pas être utilisées
arctan x , arccot x		
sinh x , cosh x		
tanh x , coth x		
sech x	sécante hyperbolique de x	sech x = 1/cosh x
csch x	cosécante hyperbolique de x	csch x = 1/sinh x
arsinh x , arcosh x		
artanh x , arcoth x		
arsech x , arcsch x		

Nombres complexes

Symbole, utilisation	Sens, énoncé	Remarques et exemples
i ou j	$\mathrm{i}^2=-1$	
Re z	partie réelle de z	
Im z	partie imaginaire de z	
$\lvert z\rvert$	module de z	
arg z	argument de z	
z^*	conjugué de z	
sgn z	signum de z	$\operatorname{sgn} z = \begin{cases} z/\lvert z\rvert = \mathrm{e}^{\mathrm{i}\arg z} \text{pour } z \neq 0 \\ 0 \text{ pour } z = 0 \end{cases}$

Matrices

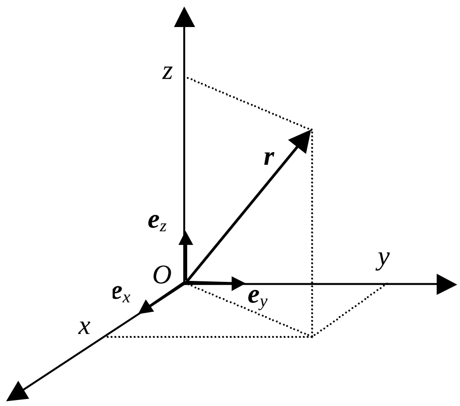
Symbole, utilisation	Sens, énoncé	Remarques et exemples
$\boldsymbol{A}$	matrice $\boldsymbol{A}$	Une matrice ou ses éléments peuvent être écrite à l'aide de caractères minuscules
$\boldsymbol{AB}$	produit	
$\boldsymbol{E}$ $\boldsymbol{I}$	unité	
$\boldsymbol{A}^{-1}$	inverse	
$\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}$ $\tilde{\boldsymbol{A}}$	transposée	
$\boldsymbol{A}^*$	matrice complexe conjuguée	
$\boldsymbol{A}^{\mathrm{H}}$	adjointe	
det $\boldsymbol{A}$	déterminant	
tr $\boldsymbol{A}$	trace	
$\lVert\boldsymbol{A}\rVert$	norme	

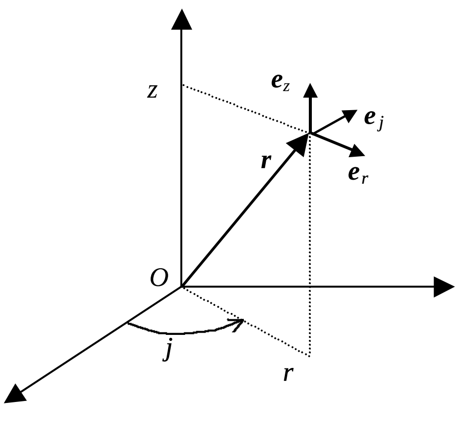
Vecteurs

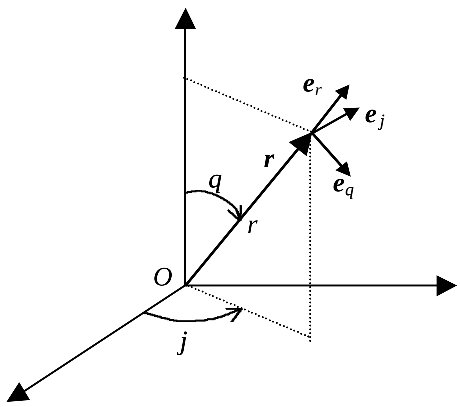
Symbole, utilisation	Sens, énoncé	Remarques et exemples
$\boldsymbol{a}$ ou $\vec{a}$	vecteur $\boldsymbol{a}$	
a ou $\lvert\boldsymbol{a}\rvert$	norme	
$\boldsymbol{e}_a$	unitaire ayant la même direction et le même sens que $\boldsymbol{a}$	$\boldsymbol{e}_a = \boldsymbol{a}/\lvert\boldsymbol{a}\rvert$ $\quad \boldsymbol{a} = a\boldsymbol{e}_a$
$\boldsymbol{e}_x$, $\boldsymbol{e}_y$, $\boldsymbol{e}_z$ $\boldsymbol{i}$, $\boldsymbol{j}$, $\boldsymbol{k}$ $\boldsymbol{e}_i$	vecteurs d'une base orthonormée	
a_x , a_y , a_z $\quad a_i$	coordonnées cartésiennes du vecteur $\boldsymbol{a}$	$\boldsymbol{r} = x\boldsymbol{e}_x + y\boldsymbol{e}_y + z\boldsymbol{e}_z$ est le rayon vecteur
$\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{b}$	produit scalaire	
$\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b}$	produit vectoriel	
$\boldsymbol{\nabla}$ ou $\vec{\nabla}$	opérateur nabla	
$\boldsymbol{\nabla} j$ ou $\vec{\nabla} j$ **grad** j	gradient de j	
$\boldsymbol{\nabla}\cdot\boldsymbol{a}$ ou $\vec{\nabla}\cdot\boldsymbol{a}$ div $\boldsymbol{a}$	divergence de $\boldsymbol{a}$	
$\boldsymbol{\nabla}\times\boldsymbol{a}$ ou $\vec{\nabla}\times\boldsymbol{a}$ **rot** $\boldsymbol{a}$ **curl** $\boldsymbol{a}$	rotationnel de $\boldsymbol{a}$	
$\boldsymbol{\nabla}^2$ ou Δ	laplacien	
	dalembertien	

Systèmes de coordonnées

Coordonnées	Rayon vecteur et sa différentielle	Nom du système de coordonnées	Remarques
x, y, z	$\boldsymbol{r} = x\boldsymbol{e}_x + y\boldsymbol{e}_y + z\boldsymbol{e}_z$ $\mathrm{d}\boldsymbol{r} = \mathrm{d}x\,\boldsymbol{e}_x + \mathrm{d}y\,\boldsymbol{e}_y + \mathrm{d}z\,\boldsymbol{e}_z$	Coordonnées cartésiennes	$\boldsymbol{e}_x$, $\boldsymbol{e}_y$ et $\boldsymbol{e}_z$ forment un trièdre orthonormé direct
r, j, z	$\boldsymbol{r} = r\boldsymbol{e}_r + z\boldsymbol{e}_z$ $\mathrm{d}\boldsymbol{r} = \mathrm{d}r\,\boldsymbol{e}_r + r\mathrm{d}j\,\boldsymbol{e}_j + \mathrm{d}z\,\boldsymbol{e}_z$	Coordonnées cylindriques	$\boldsymbol{e}_r(j)$, $\boldsymbol{e}_j(j)$ et $\boldsymbol{e}_z$ forment un trièdre orthonormé direct
r, q, j	$\boldsymbol{r} = r\boldsymbol{e}_r$ $\mathrm{d}\boldsymbol{r} = \mathrm{d}r\,\boldsymbol{e}_r + r\mathrm{d}q\,\boldsymbol{e}_q + r\sin q\mathrm{d}j\,\boldsymbol{e}_j$	Coordonnées sphériques	$\boldsymbol{e}_r(q, j)$, $\boldsymbol{e}_q(q, j)$ et $\boldsymbol{e}_j(j)$ forment un trièdre orthonormé direct







Fonctions spéciales

Symbole, utilisation	Sens, énoncé	Remarques et exemples
$J_l(x)$	Fonction de Bessel cylindriques de première espèce	Solutions de $x^2 y'' + xy' + \left(x^2 - l^2\right)y = 0$
$N_l(x)$	Fonctions de Neumann cylindriques ; fonctions de Bessel cylindriques de deuxième espèce	
$H_l^{(1)}(x) \quad H_l^{(2)}(x)$	Fonctions de Hankel cylindriques ; fonctions de Bessel cylindriques de troisième espèce	
$I_l(x) \quad K_l(x)$	Fonctions de Bessel cylindriques modifiées	Solutions de $x^2 y'' + xy' - \left(x^2 + l^2\right)y = 0$
$j_l(x)$	Fonction de Bessel sphériques de première espèce	Solutions de $x^2 y'' + 2xy' + \left[x^2 - l(l+1)\right]y = 0$
$n_l(x)$	Fonctions de Neumann sphériques ; fonctions de Bessel sphériques de deuxième espèce	
$h_l^{(1)}(x) \quad h_l^{(2)}(x)$	Fonctions de Hankel sphériques ; fonctions de Bessel sphériques de troisième espèce	
$P_l(x)$	Polynômes de Legendre	Solutions de $\left(1 - x^2\right)y'' - 2xy' + l(l+1)y = 0$
$P_l^m(x)$	Fonction de Legendre associées	Solutions de $\left(1 - x^2\right)y'' - 2xy' + \left[l(l+1) - \frac{m^2}{1 - x^2}\right]y = 0$
$Y_l^m(q, j)$	Harmoniques sphériques	Solutions de $\frac{1}{\sin q}\frac{\partial}{\partial q}\left(\sin q \frac{\partial y}{\partial q}\right) + \frac{1}{\sin^2 q}\frac{\partial^2 y}{\partial j^2} + l(l+1)y = 0$
$H_n(x)$	Polynôme d’Hermite	Solutions de $y'' - 2xy' + 2ny = 0$
$L_n(x)$	Polynôme de Laguerre	Solutions de $xy'' + (1 - x)y' - ny = 0$
$L_n^m(x)$	Polynôme de Laguerre associés	Solutions de $xy'' + (m + 1 - x)y' - (n - m)y = 0$
$F(k, j)$	Intégrale elliptique incomplète de première espèce	$F(k, j) = \int_0^j \frac{dq}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 q}}$ $K(k)=F(k, \pi/2)$ est l’intégrale elliptique complète de première espèce
$E(k, j)$	Intégrale elliptique incomplète de deuxième espèce	$E(k, j) = \int_0^j \sqrt{1 - k^2 \sin^2 q}\ dq$ $E(k)=E(k, \pi/2)$ est l’intégrale elliptique complète de deuxième espèce

$\Pi(k,n,j)$	Intégrale elliptique incomplète de troisième espèce	$\Pi(k,j) = \int_0^j \frac{\mathrm{d}q}{\left(1+n\sin^2 q\right)\sqrt{1-k^2\sin^2 q}}$ $\Pi(k, n, \pi/2)$ est l'intégrale elliptique complète de troisième espèce
$\Gamma(x)$	Fonction gamma	$\Gamma(x) = \int_0^\infty t^{x-1}e^{-t}\mathrm{d}t$; $\Gamma(n+1) = n\,!$
$\mathrm{B}(x,y)$	Fonction bêta	$\mathrm{B}(x,y) = \int_0^1 t^{x-1}(1-t)^{y-1}\mathrm{d}t$
Ei x	Exponentielle intégrale	$\mathrm{Ei}\ x = \int_x^\infty \frac{\mathrm{e}^{-t}}{t}\mathrm{d}t$
erf x	Fonction erreur	$\mathrm{erf\ x} = \frac{2}{\sqrt{p}}\int_0^x \mathrm{e}^{-t^2}\mathrm{d}t$
$\zeta(x)$	Fonction zêta de Riemann	$\zeta(x) = \frac{1}{1^x}+\frac{1}{2^x}+\frac{1}{3^x}+\ldots \quad (x>1)$